

Sujet n° 3 - Statique des fluides

Question de cours Qu'est-ce qu'un système thermodynamique. Rappeler les propriétés d'un gaz parfait et d'une phase condensée indilatable et incompressible. Qu'est-ce que l'échelle mésoscopique? Tracer le diagramme (P, T) d'un corps pur, cas particulier de l'eau?

Exercice On considère un fluide que l'on observe dans le référentiel du laboratoire.

1. On isole par la pensée un élément de volume dV de fluide. Dans le cadre d'une approximation continue, expliquer pourquoi on décide de travailler à une échelle mésoscopique.
2. On assimile l'élément de volume à un parallélépipède rectangle. Exprimer les forces de pression sur chacune des faces.

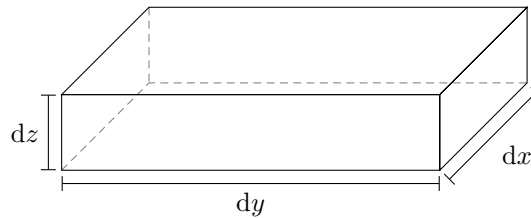


FIGURE 1 – Élément de volume

3. On suppose (cas statique) que cet élément de volume est au repos. En déduire, par le principe fondamental de la dynamique, que

$$\overrightarrow{\text{grad}}P = \rho \vec{g}.$$

4. Première application : plongée sous-marine. Rappeler la masse volumique de l'eau. En déduire une relation entre la pression et l'altitude. Application numérique : quel est le gain de pression lorsqu'un plongeur descend de dix mètres?
5. Seconde application : modèle de l'atmosphère isotherme. En utilisant la loi des gaz parfaits, formuler sa version intensive en utilisant la masse volumique et la masse molaire. En déduire une relation entre la pression et l'altitude. On fera apparaître le facteur de BOLTZMANN $\exp(-\beta E)$, où $\beta = \frac{1}{k_B T}$.
6. Cas général. On ne suppose plus que l'élément de volume considéré est fixe. Obtenir l'équation d'EULER

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})\vec{v} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}}P + \vec{g}.$$

7. Équation locale de conservation. On considère que l'eau s'écoule dans un tuyau selon un axe (Ox) . En invoquant la conservation de la masse dans le tuyau, montrer que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} = 0.$$