

Sujet n° 2 - Une autre démonstration de l'équation des gaz parfaits¹

Question de cours Qu'est-ce qu'un gaz parfait ? (redonner les hypothèses) Donner l'ordre de grandeur du nombre de particules N . Rappeler l'équation des gaz parfaits. Donner l'expression de l'énergie interne U d'un gaz parfait monoatomique. Dans le cas d'un gaz parfait quelconque, que considérer dans l'énergie interne ?

Premier exercice On admet dans la suite de l'exercice que cette énergie interne U_{trans} est celle des composantes de translation de l'énergie interne (dans le cas non monoatomique).

1. On considère un gaz parfait constitué de N particules identiques. On note $\vec{p}_i$ la quantité de mouvement de la particule i . On pose

$$G = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i \cdot \overrightarrow{OM_i}.$$

Former la dérivée temporelle $\frac{dG}{dt}$, l'exprimer en fonction de l'énergie cinétique de translation E_c et des résultantes des forces appliquées aux particules $\vec{F}_i$.

2. Expliquer pourquoi, en moyennant sur un temps suffisamment long, on a

$$\left\langle \frac{dG}{dt} \right\rangle = 0.$$

3. Reformuler l'expression obtenue à l'aide d'une intégrale de surface (on prendra soin d'explicitier les hypothèses du gaz parfait que l'on utilisera).
4. En déduire l'équation d'état des gaz parfaits. On donne l'identité

$$\oint_S \overrightarrow{OM} \cdot d\vec{S} = 3V.$$

où S est une surface fermée qui renferme le volume V .

Deuxième exercice (Oral X) On se propose de déterminer la température du Soleil par un simple raisonnement de mécanique du point.

1. On considère N particules qui n'interagissent entre elles que via l'interaction gravitationnelle. On suppose le moment d'inertie du système constant. Démontrer le théorème du viriel :

$$E_c = -\frac{1}{2}E_p$$

2. On admet que dans le cas du Soleil, ce théorème se généralise sous la forme $\langle E_c \rangle = -\frac{1}{2}\langle E_p \rangle$, où $\langle \cdot \rangle$ représente la moyenne temporelle. Comment interpréter $\langle E_p \rangle$? En déduire la température du Soleil.

1. D'après Goldstein, Herbert ; Poole, C. P. ; Safko, J. L. (2001). *Classical Mechanics* (3^e éd.). Pearson.